

# Poisson

# Poisson

Diskretisiert man die Aufgabe

$$\begin{aligned} -\Delta u(x_1, x_2) &= f(x_1, x_2), & (x_1, x_2) \in (0, 1)^2 \\ u(x_1, x_2) &= 0, & (x_1, x_2) \in \partial((0, 1)^2) \end{aligned}$$

# Poisson

Diskretisiert man die Aufgabe

$$\begin{aligned} -\Delta u(x_1, x_2) &= f(x_1, x_2), & (x_1, x_2) \in (0, 1)^2 \\ u(x_1, x_2) &= 0, & (x_1, x_2) \in \partial((0, 1)^2) \end{aligned}$$

mit dem Stern

$$-\Delta u \approx \frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} & -1 & & \\ -1 & 4 & -1 & \\ & & -1 & \\ & & & \end{bmatrix} u$$

# Poisson

Diskretisiert man die Aufgabe

$$\begin{aligned} -\Delta u(x_1, x_2) &= f(x_1, x_2), & (x_1, x_2) \in (0, 1)^2 \\ u(x_1, x_2) &= 0, & (x_1, x_2) \in \partial((0, 1)^2) \end{aligned}$$

mit dem Stern

$$-\Delta u \approx \frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} & -1 & \\ -1 & 4 & -1 \\ & -1 & \end{bmatrix} u$$

so erhält man mit  $h = 1/N$  für  $N = 2^p, p = 2, 3, \dots$  und *zeilenweiser* Numerierung der Unbekannten

$x_{ij} \approx u(x(i * h_x, j * h_y)), i, j = 1, \dots, N - 1$ , ein lineares

Gleichungssystem  $\boxed{Ax = b}$  mit dünnbesetzter, symmetrisch, positiv definiten Matrix.

# Dimension

N	dim	nz	%	voll
4	9	33	40.7	81
8	49	217	9	2401
16	225	1065	2.1	50625
32	961	4681	0.1	913911
64	3969	19593	6.3-10	15752961

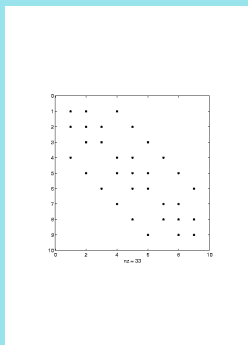
Tabelle : Dimension und Speicherbedarf

# Matrix

Die Struktur (bei dieser Numerierung) und die Dünnbesetztheit sieht man an folgenden Bildern der Matrizen für  $n = 4, 8, 16$  mit Dimensionen  $9 \times 9, 49 \times 49, 225 \times 225$ .

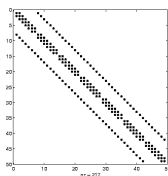
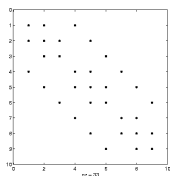
# Matrix

Die Struktur (bei dieser Numerierung) und die Dünnbesetztheit sieht man an folgenden Bildern der Matrizen für  $n = 4, 8, 16$  mit Dimensionen  $9 \times 9, 49 \times 49, 225 \times 225$ .



# Matrix

Die Struktur (bei dieser Numerierung) und die Dünnbesetztheit sieht man an folgenden Bildern der Matrizen für  $n = 4, 8, 16$  mit Dimensionen  $9 \times 9, 49 \times 49, 225 \times 225$ .





# Matrix

Die Struktur (bei dieser Numerierung) und die Dünnsbesetztheit sieht man an folgenden Bildern der Matrizen für  $n = 4, 8, 16$  mit Dimensionen  $9 \times 9, 49 \times 49, 225 \times 225$ .

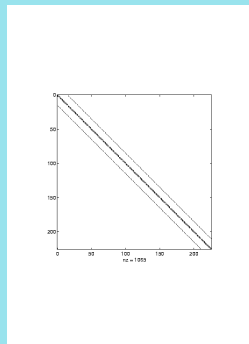
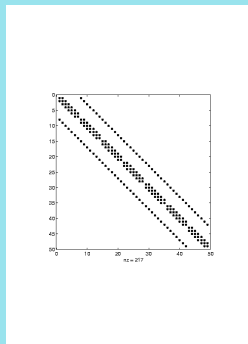
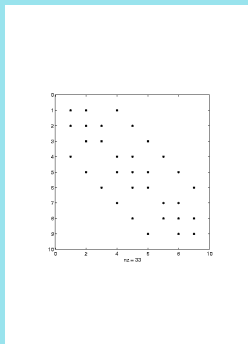


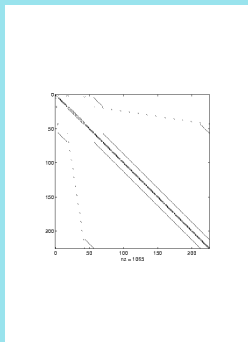
Tabelle : Dünnsbesetztheit der Matrizen

# Umordnung

Die Form kann durch verschiedene Umordnungs-Algorithmen (oder Numerierungen) verändert werden.

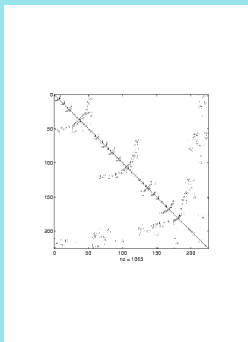
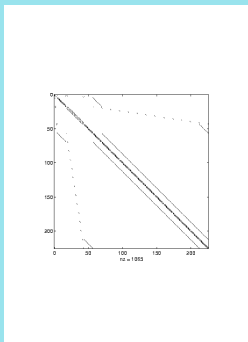
# Umordnung

Die Form kann durch verschiedene Umordnungs-Algorithmen (oder Numerierungen) verändert werden.



# Umordnung

Die Form kann durch verschiedene Umordnungs-Algorithmen (oder Numerierungen) verändert werden.



# Umordnung

Die Form kann durch verschiedene Umordnungs-Algorithmen (oder Numerierungen) verändert werden.

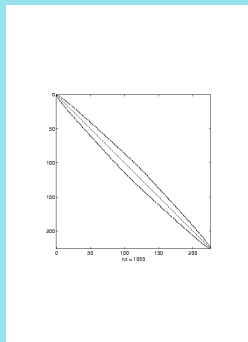
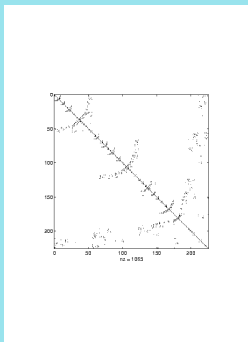
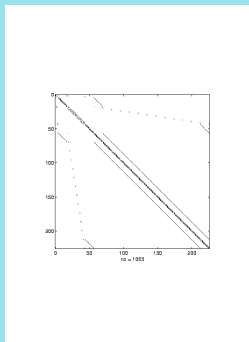


Tabelle : Umnumerierung

# Umordnung

Die Form kann durch verschiedene Umordnungs-Algorithmen (oder Numerierungen) verändert werden.

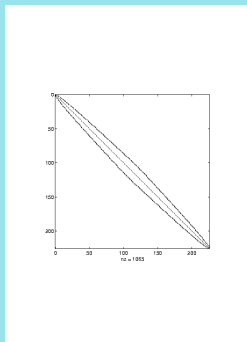
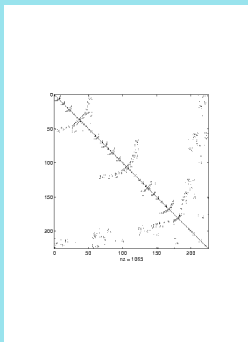
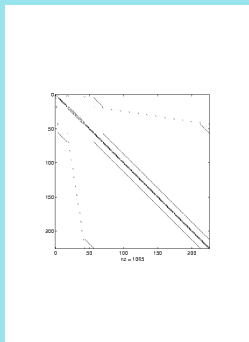


Tabelle : Umnumerierung

Und nun nochmal von vorne.