

Übungen zu **Elemente der Linearen Algebra**

Übungsblatt 3*

Aufgabe 1 (8 Punkte) Es seien $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$,
 $E = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, und $F = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 3 \end{bmatrix}$.

Bestimmen Sie alle möglichen Matrixprodukte (auch solche mit sich selbst).

Aufgabe 2 (8 Punkte) Es sei \mathbb{K} der Körper $(\{0, 1, 2\}, \oplus, \otimes)$ mit Addition ($a \oplus b = (a + b) \pmod{3}$) und Multiplikation ($a \otimes b = (a \cdot b) \pmod{3}$).

Multiplizieren Sie die Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{K}^{3 \times 3}$ mit sich selbst.

Anmerkung: Hierbei bezeichnen $+$ und \cdot Addition und Multiplikation der reellen Zahlen.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte) Es sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper mit Neutralen Elementen 0 (bzgl. der Addition $+$) und 1 (bzgl. der Multiplikation \cdot). Zeigen Sie:

i) $a \cdot 0 = 0 \quad \forall a \in K$

ii) $\forall a, b \in K$ gilt: $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0$ oder $b = 0$